ORGANISME INTERGOUVERNEMENTAL

UNIVERSITE DE YAOUNDE II

IFORD

INSTITUT DE FORMATION ET DE RECHERCHE DEMOGRAPHIQUES

LAUREAT DU PRIX DES NATIONS UNIES POUR LA POPULATION 2011

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE MARS 2015

25 – 26 Mars 2015

EPREUVE DE PROBABILITE - STATISTIQUES
(Concours type B)

Durée : 4 heures

Date : 26 Mars 2015

Documents non autorisés

Utilisation des calculatrices autorisée

Barème indicatif

Exercice 1 : 3,5 points

Exercice 2 : 4,0 points

Exercice 3 : 1,5 points

Exercice 4 : 3,0 points

Exercice 5 : 5,5 points

Exercice 6 : 2,5 points

IFORD. BP 1556 – Yaoundé (CAMEROUN). E-mail: iford@iford-cm.org . Web: www.iford-cm.org

Tel.: (+237) 222 22 24 71 / 222 23 29 47 / 222 22 39 73 /222 03 44 12 / 222 22 35 79. Fax: (+237) 222 22 67 93

Exercice 1. (3,5 points)

Une étude sur le chiffre d'affaires d'une population de 300 PME a donné les résultats suivants (en milliers de Francs CFA) :

Minimum	3 500
Moyenne.	4 900
Ecart-type	650
Etendue ou écart inter-quartile	1 100
Médiane	4 600
Premier quartile	4 100
Etendu	5 000

1) Définir la population, l'unité statistique, le caractère étudié et sa nature.
2) Donnez la valeur du troisième quartile et donnez sa signification ainsi que celles des deux autres quartiles.
3) Donnez trois indicateurs de tendances centrales (avec leurs valeurs).
4) Que signifie le fait que la moyenne soit supérieure à la médiane ?
5) Représentez l'histogramme de cette distribution avec quatre classes d'effectifs égaux.

Exercice 2. (4 points)

Le tableau suivant donne le revenu annuel moyen des ménages, en euros, pour les dix intervalles définis par déciles, et la part de chaque intervalle dans le revenu total.

Valeurs des déciles (euros)	**Intervalle**	**Revenu moyen dans l'intervalle**	**% de la masse totale des revenus dans l'intervalle**
$D_1 = 7\ 304$	$< D_1$	3 845	2
$D_2 = 11\ 091$	$[D_1, D_2[$	9 318	3
$D_3 = 14\ 099$	$[D_2, D_3[$	12 601	5
$D_4 = 17\ 219$	$[D_3, D_4[$	15 640	6
$D_5 = 20\ 631$	$[D_4, D_5[$	18 863	7
$D_6 = 24\ 653$	$[D_5, D_6[$	22 579	9
$D_7 = 29\ 361$	$[D_6, D_7[$	26 904	11
$D_8 = 35\ 757$	$[D_7, D_8[$	32 324	13
$D_9 = 46\ 642$	$[D_1, D_9[$	40 548	16
	$\geq D_9$	69 930	28

1) Calculez le revenu annuel moyen des ménages.
2) Proposez deux indicateurs de tendance centrale, un indicateur de dispersion et un indicateur de dispersion relative. Donnez les valeurs de ces indicateurs.
3) Cette distribution de revenus est-elle symétrique ? (justifiez votre réponse).
4) Quelle est la part de l'ensemble des revenus perçus par les 4 dixièmes des ménages aux revenus les plus faibles ?
5) Soient $F_1 = 10\ \%$, $F_2 = 20\%$, …, $F_{10} = 100\ \%$, et R_i la part de l'ensemble des revenus perçus par l'ensemble des F_i ménages aux revenus les plus faibles :
   a) Donnez les valeurs R_i correspondant à chaque fréquence cumulée F_i.

b) Tracez la courbe joignant, dans l'ordre, les points (F_i , R_i). Comment s'appelle cette courbe ?

c) A quoi est égal l'indice de concentration de Gini ? (on ne demande pas sa valeur).

d) Quelles sont les valeurs minimum et maximum de cet indice ?

e) A quelles situations correspondent-elles ?

Exercice 3. (1,5 points)

Quel est le taux annuel moyen de croissance d'une grandeur qui double :

1) En 2 ans ?

2) En 5 ans ?

3) En 10 ans ?

Exercice 4. (3 points)

Soient A et B deux évènement tels que :

$P(A) = 1/4 \quad P(A \cup B) = 1/3 \quad P(B) = p$

1) Déterminer la valeur de p dans chacun des cas suivants :

   a) Les évènements A et B sont incompatibles ;

   b) Les évènements A et B sont indépendants ;

   c) L'évènement A implique B $(A \subset B)$.

2) Peut-on avoir B implique A $(B \subset A)$?

Exercice 5. (5,5 points)

Le bureau des étudiants d'une école de formation professionnelle s'interroge sur l'opportunité d'un achat groupé de micro-ordinateurs en début d'année académique. Le nombre d' étudiants qui se sont déclarés intéressés est égal à 200. Mais suite à une expérience passée, le bureau évalue la probabilité qu'un étudiant qui s'est déclaré intéressé, achète un ordinateur égale à 0,8. D'autre part, on suppose que le comportement de chaque étudiant est indépendant de celui des autres.

Le bureau des étudiants cherche à déterminer le nombre d'ordinateurs à commander pour limiter le risque d'avoir des ordinateurs invendus. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de micro-ordinateurs achetés par les 200 élèves intéressés.

1) Quelle est la loi exacte de X ? Par quelle loi peut-on l'approcher ? (justifiez vos réponses)

2) Calculez la probabilité qu'au plus 145 étudiants achètent un micro-ordinateur.

3) le bureau des étudiants décide de commander 150 unités et prend en charge la garantie du matériel pendant l'année académique sous la forme suivante : chaque étudiant acheteur verse une somme S (en €) en plus du prix d'achat au bureau des étudiants qui assume le coût des éventuelles réparations.

On suppose que :

- les 150 ordinateurs sont vendus ;
- la probabilité qu'un ordinateur tombe en panne au cours de l'année est égale à 0,04 ;

- un ordinateur ne tombe pas plus d'une fois en panne au cours d'une année ;
- les pannes des 150 ordinateurs sont mutuellement indépendantes ;
- le coût de chaque réparation est fixé forfaitairement à 50 €.

Soit Y, la variable aléatoire égale au nombre d'ordinateur à réparer durant l'année universitaire.

a) Quelle est la loi exacte de Y ? Par quelle loi peut-on l'approcher ? (justifiez vos réponses)

b) Déterminez le plus petit nombre entier n tel que $P(Y \leq n) \geq 0{,}99$.

c) Soit Z la variable aléatoire égale au montant (en €) de la ligne budgétaire « Réparation des micro-ordinateurs » à la fin de l'année académique.

   - Exprimez Z en fonction de S et Y.
   - Calculez la valeur minimale de S pour que la probabilité que cette ligne budgétaire soit déficitaire, soit inférieure ou égale à 0,01.

<u>Exercice 6.</u> (2,5 points)

Dans cet exercice, les durées de trajets sont supposées gaussiennes.
Un directeur de société a son domicile dans la localité A. Il quitte son domicile à 8h45 et se rend en voiture à son bureau qui ouvre à 9h. la durée du trajet est, en moyenne, de 13 mn, avec un écart-type de 3 mn.

1) Quelle est la probabilité pour le Directeur d'arriver en retard ?

2) La secrétaire du directeur a son domicile en A, mais elle se rend au bureau en empruntant en A le train de 8h32. Elle descend à la station B. Elle se rend de B à son bureau par l'autobus qui part de B à 8h50 (sans attendre le train), et qui s'arrête devant le bureau. La durée du trajet en train a pour moyenne 16 mn et pour écart-type 2 mn, et la durée du trajet en autobus a pour moyenne 9 mn et pour écart-type 1 mn. Les durées des deux trajets sont supposées indépendantes.

   a) Quelle est la probabilité pour la secrétaire d'arriver à l'heure ?

   b) Quelle est la probabilité pour que le directeur ou la secrétaire arrivent à l'heure, les durées des trajets du directeur et de la secrétaire étant supposées indépendantes ?

TABLE A

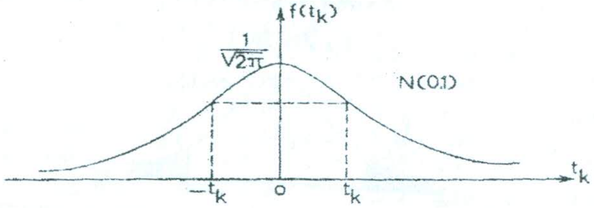
I. *Extraits de la table de la loi normale, centrée, réduite : $\mathcal{N}(0,1)$*

La loi normale, centrée, réduite est caractérisée par la densité de probabilité :

$$f(t_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t_k^2}{2}\right]$$

où t_k est la variable, centrée, réduite.

La fonction $f(t_k)$ est symétrique : $f(t_k) = f(-t_k)$.



t_k	$f(t_k)$	t_k	$f(t_k)$
0,0	0,398 94	2,5	0,017 53
0,1	0,396 95	2,6	0,013 58
0,2	0,391 04	2,7	0,010 42
0,3	0,391 39	2,8	0,007 92
0,4	0,368 27	2,9	0,005 95
0,5	0,352 07	3,0	0,004 43
0,6	0,333 22	3,1	0,003 27
0,7	0,312 25	3,2	0,002 38
0,8	0,289 69	3,3	0,001 72
0,9	0,266 09	3,4	0,001 23
1,0	0,241 97	3,5	0,000 87
1,1	0,217 85	3,6	0,000 61
1,2	0,194 19	3,7	0,000 42
1,3	0,171 37	3,8	0,000 29
1,4	0,149 73	3,9	0,000 20
1,5	0,129 50	4,0	0,000 13
1,6	0,110 92	4,1	0,000 09
1,7	0,094 05	4,2	0,000 06
1,8	0,078 95	4,3	0,000 04
1,9	0,065 62	4,4	0,000 02
2,0	0,053 99	4,5	0,000 02
2,1	0,043 98	4,6	0,000 01
2,2	0,035 47	4,7	0,000 01
2,3	0,028 33	4,8	0,000 00
2,4	0,022 39	5	0,000 00

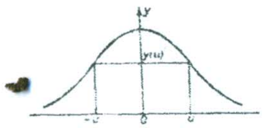


TABLE DE LA FONCTION DENSITÉ DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS

$$y(u) = y(-u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,39894	0,39892	0,39886	0,39876	0,39862	0,39844	0,39822	0,39797	0,39767	0,39733
0,1	0,39695	0,39654	0,39608	0,39559	0,39505	0,39448	0,39387	0,39322	0,39253	0,39181
0,2	0,39104	0,39024	0,38940	0,38853	0,38762	0,38667	0,38568	0,38466	0,38361	0,38251
0,3	0,38139	0,38023	0,37903	0,37780	0,37654	0,37524	0,37391	0,37255	0,37115	0,36973
0,4	0,36827	0,36678	0,36526	0,36371	0,36213	0,36053	0,35889	0,35723	0,35553	0,35381
0,5	0,35207	0,35029	0,34849	0,34667	0,34482	0,34294	0,34105	0,33912	0,33718	0,33521
0,6	0,33322	0,33121	0,32918	0,32713	0,32506	0,32297	0,32086	0,31874	0,31659	0,31443
0,7	0,31225	0,31006	0,30785	0,30563	0,30339	0,30114	0,29887	0,29659	0,29431	0,29200
0,8	0,28969	0,28737	0,28504	0,28269	0,28034	0,27798	0,27562	0,27325	0,27086	0,26848
0,9	0,26609	0,26369	0,26129	0,25888	0,25647	0,25406	0,25164	0,24923	0,24681	0,24439
1,0	0,24197	0,23955	0,23713	0,23471	0,23230	0,22988	0,22747	0,22506	0,22265	0,22025
1,1	0,21785	0,21546	0,21307	0,21069	0,20831	0,20594	0,20357	0,20121	0,19886	0,19652
1,2	0,19419	0,19186	0,18954	0,18724	0,18494	0,18265	0,18037	0,17810	0,17585	0,17360
1,3	0,17137	0,16915	0,16694	0,16474	0,16256	0,16038	0,15822	0,15608	0,15395	0,15183
1,4	0,14973	0,14764	0,14556	0,14350	0,14146	0,13943	0,13742	0,13542	0,13344	0,13147
1,5	0,12952	0,12758	0,12566	0,12376	0,12188	0,12001	0,11816	0,11632	0,11450	0,11270
1,6	0,11092	0,10915	0,10741	0,10567	0,10396	0,10226	0,10059	0,09893	0,09728	0,09566
1,7	0,09405	0,09246	0,09089	0,08933	0,08780	0,08628	0,08478	0,08329	0,08183	0,08038
1,8	0,07895	0,07754	0,07614	0,07477	0,07341	0,07206	0,07074	0,06943	0,06814	0,06687
1,9	0,06562	0,06438	0,06316	0,06195	0,06077	0,05959	0,05844	0,05730	0,05618	0,05508
2,0	0,05399	0,05292	0,05186	0,05082	0,04980	0,04879	0,04780	0,04682	0,04586	0,04491
2,1	0,04398	0,04307	0,04217	0,04128	0,04041	0,03955	0,03871	0,03788	0,03706	0,03626
2,2	0,03547	0,03470	0,03394	0,03319	0,03246	0,03174	0,03103	0,03034	0,02965	0,02898
2,3	0,02833	0,02768	0,02705	0,02643	0,02582	0,02522	0,02463	0,02406	0,02349	0,02294
2,4	0,02239	0,02186	0,02134	0,02083	0,02033	0,01984	0,01936	0,01889	0,01842	0,01797
2,5	0,01753	0,01709	0,01667	0,01625	0,01585	0,01545	0,01506	0,01468	0,01431	0,01394
2,6	0,01358	0,01323	0,01289	0,01256	0,01223	0,01191	0,01160	0,01130	0,01100	0,01071
2,7	0,01042	0,01014	0,00987	0,00961	0,00935	0,00909	0,00885	0,00861	0,00837	0,00814
2,8	0,00792	0,00770	0,00748	0,00727	0,00707	0,00687	0,00668	0,00649	0,00631	0,00613
2,9	0,00595	0,00578	0,00562	0,00545	0,00530	0,00514	0,00499	0,00485	0,00471	0,00457

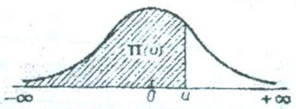
TABLE DE $y(u)$ POUR LES GRANDES VALEURS DE u

u	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,	$443\ 10^{-5}$	$327\ 10^{-5}$	$238\ 10^{-5}$	$172\ 10^{-5}$	$123\ 10^{-5}$	$873\ 10^{-6}$	$612\ 10^{-6}$	$425\ 10^{-6}$	$292\ 10^{-6}$	$199\ 10^{-6}$
4,	$134\ 10^{-6}$	$89\ 10^{-6}$	$59\ 10^{-6}$	$39\ 10^{-6}$	$25\ 10^{-6}$	$16\ 10^{-6}$	$10\ 10^{-6}$	$64\ 10^{-7}$	$40\ 10^{-7}$	$24\ 10^{-7}$
5,	$15\ 10^{-7}$	$90\ 10^{-8}$	$54\ 10^{-8}$	$32\ 10^{-8}$	$19\ 10^{-8}$	$11\ 10^{-8}$	$62\ 10^{-9}$	$35\ 10^{-9}$	$20\ 10^{-9}$	$11\ 10^{-9}$

TABLE DE LA FONCTION INTÉGRALE DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS

(Probabilité de trouver une valeur inférieure à u)

$$\Pi(u) = \int_{-\infty}^{u} y(x)\,dx = \int_{-\infty}^{u} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}\,dx$$



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56750	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59484	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67365	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76731	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92786	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95819	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861

TABLE DE $1-\Pi(u)$ POUR LES GRANDES VALEURS DE u

u	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
3,	$135\,10^{-5}$	$968\,10^{-6}$	$687\,10^{-6}$	$483\,10^{-6}$	$337\,10^{-6}$	$233\,10^{-6}$	$159\,10^{-6}$	$108\,10^{-6}$	$723\,10^{-7}$	$481\,10^{-7}$
4,	$317\,10^{-7}$	$207\,10^{-7}$	$133\,10^{-7}$	$85\,10^{-7}$	$54\,10^{-7}$	$34\,10^{-7}$	$21\,10^{-7}$	$13\,10^{-7}$	$79\,10^{-8}$	$48\,10^{-8}$
5,	$29\,10^{-8}$	$17\,10^{-8}$	$10\,10^{-8}$	$58\,10^{-9}$	$33\,10^{-9}$	$19\,10^{-9}$	$11\,10^{-9}$	$60\,10^{-10}$	$33\,10^{-10}$	$18\,10^{-10}$

NOTA : La table donne les valeurs $\Pi(u)$ pour u positif; lorsque u est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.
Exemple : pour $u = 1,37$ $\quad \Pi(u) = 0,91466$
pour $u = -1,37$ $\quad \Pi(u) = 0,08534$

TABLE D

IV. *Table de la loi normale, centrée, réduite* $\mathcal{N}(0,1)$
(dite table de l'écart-réduit)

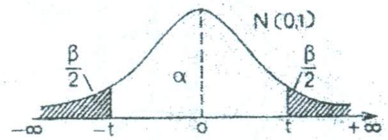
La table donne la probabilité β pour que l'écart-réduit Z égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t, c'est-à-dire la probabilité extérieure à l'intervalle $(-t, +t)$.

$$\beta = 1 - \alpha$$

ou

$$\beta = \Pr\{-t \leqslant Z \leqslant +t\}$$

$$\beta = 2[1 - \Pi(t)]$$



β	00,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	∞	2,576	2,326	2,170	2,064	1,960	1,181	1,812	1,751	1,695
0,10	1,645	1,598	1,555	1,514	1,476	1,440	1,405	1,372	1,341	1,311
0,20	1,282	1,254	1,227	1,200	1,175	1,150	1,126	1,103	1,080	1,052
0,30	1,036	1,015	0,994	0,974	0,954	0,935	0,915	0,896	0,878	0,860
0,40	0,842	0,824	0,806	0,789	0,772	0,755	0,739	0,722	0,706	0,690
0,50	0,674	0,659	0,643	0,628	0,613	0,598	0,583	0,568	0,553	0,539
0,60	0,524	0,510	0,496	0,482	0,468	0,454	0,440	0,426	0,412	0,399
0,70	0,385	0,372	0,358	0,345	0,332	0,319	0,305	0,292	0,279	0,266
0,80	0,253	0,240	0,228	0,215	0,202	0,189	0,176	0,164	0,151	0,138
0,90	0,126	0,113	0,100	0,088	0,075	0,063	0,050	0,038	0,025	0,013

La probabilité α s'obtient par addition des nombres inscrits en marge.
Ex. : Pour $Z = 1,96$ la probabilité est $\beta = 0,00 + 0,05 = 0,05$.

Table pour les petites valeurs de β

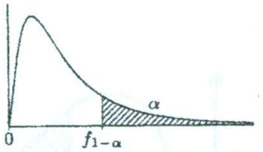
β	0,001	0,0001	0,000 01	0,000 001	0,000 000 1	0,000 000 01	0,000 000 001
Z	3,290 53	3,890 59	4,417 17	4,891 64	5,326 72	5,730 73	6,109 41

A.4. Lois de Fisher–Snedecor ($\alpha = 0,05$)

Si F est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne la valeur $f_{1-\alpha}$ telle que

$$\mathbb{P}\{F \geqslant f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0,05.$$

Ainsi, $f_{1-\alpha}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha = 0,95$ de la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté.



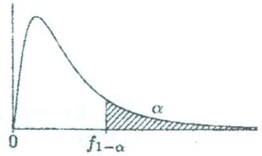
$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	242	246	248	250	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,79	8,70	8,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,86	5,80	5,75	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,62	4,56	4,50	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,94	3,87	3,81	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,64	3,51	3,44	3,38	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,22	3,15	3,08	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,14	3,01	2,94	2,86	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,85	2,77	2,70	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,85	2,72	2,65	2,57	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,75	2,62	2,54	2,47	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,77	2,67	2,53	2,46	2,38	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,60	2,46	2,39	2,31	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,54	2,40	2,33	2,25	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,49	2,35	2,28	2,19	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,45	2,31	2,23	2,15	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,41	2,27	2,19	2,11	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,38	2,23	2,16	2,07	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,35	2,20	2,12	2,04	1,84
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,30	2,15	2,07	1,98	1,78
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,25	2,11	2,03	1,94	1,73
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,22	2,07	1,99	1,90	1,69
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,19	2,04	1,96	1,87	1,65
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,16	2,01	1,93	1,84	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,92	1,84	1,74	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	2,03	1,87	1,78	1,69	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,10	1,99	1,84	1,75	1,65	1,39
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,95	1,79	1,70	1,60	1,32
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,93	1,77	1,68	1,57	1,28
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	1,94	1,83	1,67	1,57	1,46	1,00

A.5. Lois de Fisher–Snedecor ($\alpha = 0,025$)

Si F est une variable aléatoire suivant la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté, la table donne la valeur $f_{1-\alpha}$ telle que

$$\mathbb{P}\{F \geqslant f_{1-\alpha}\} = \alpha = 0,025.$$

Ainsi, $f_{1-\alpha}$ est le quantile d'ordre $1-\alpha = 0,975$ de la loi de Fisher–Snedecor à (ν_1, ν_2) degrés de liberté.

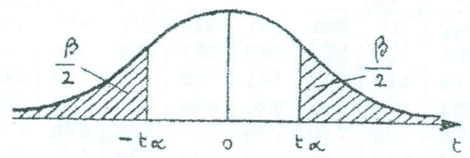


$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	30	∞
1	648	800	864	900	922	937	957	969	985	993	1 001	1 018
2	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5
3	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,5	14,4	14,3	14,2	14,1	13,9
4	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	8,98	8,84	8,66	8,56	8,46	8,26
5	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,76	6,62	6,43	6,33	6,23	6,02
6	8,81	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,60	5,46	5,27	5,17	5,07	4,85
7	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,90	4,76	4,57	4,47	4,36	4,14
8	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,43	4,30	4,10	4,00	3,89	3,67
9	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,10	3,96	3,77	3,67	3,56	3,33
10	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,85	3,72	3,52	3,42	3,31	3,08
11	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,66	3,53	3,33	3,23	3,12	2,88
12	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,51	3,37	3,18	3,07	2,96	2,72
13	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,39	3,25	3,05	2,95	2,84	2,60
14	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,29	3,15	2,95	2,84	2,73	2,49
15	6,20	4,76	4,15	3,80	3,58	3,41	3,20	3,06	2,86	2,76	2,64	2,40
16	6,12	4,69	4,08	3,73	3,50	3,34	3,12	2,99	2,79	2,68	2,57	2,32
17	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,06	2,92	2,72	2,62	2,50	2,25
18	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,01	2,87	2,67	2,56	2,44	2,19
19	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	2,96	2,82	2,62	2,51	2,39	2,13
20	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	2,91	2,77	2,57	2,46	2,35	2,09
22	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,84	2,70	2,50	2,39	2,27	2,00
24	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,78	2,64	2,44	2,33	2,21	1,94
26	5,66	4,27	3,67	3,33	3,10	2,94	2,73	2,59	2,39	2,28	2,16	1,88
28	5,61	4,22	3,63	3,29	3,06	2,90	2,69	2,55	2,34	2,23	2,11	1,83
30	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,65	2,51	2,31	2,20	2,07	1,79
40	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,53	2,39	2,18	2,07	1,94	1,64
50	5,34	3,98	3,39	3,06	2,83	2,67	2,46	2,32	2,11	1,99	1,87	1,55
60	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,41	2,27	2,06	1,94	1,82	1,48
80	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,36	2,21	2,00	1,88	1,75	1,40
100	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,32	2,18	1,97	1,85	1,71	1,35
∞	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,19	2,05	1,83	1,71	1,57	1,00

LOI DE STUDENT-FISHER

La Table donne, en fonction du nombre de degrés de liberté ν, la probabilité β pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée t_α

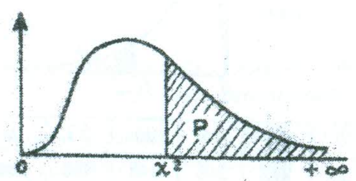
$$\alpha = \Pr\{-t_\alpha \leqslant t \leqslant +t_\alpha\} .$$



ν \ β	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,71[illegible]	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,957
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
> 30	0,125 66	0,253 35	0,385 32	0,524 40	0,674 49	0,841 62	1,036 43	1,281 55	1,644 85	1,959 96	2,326 34	2,575 82

TABLE DE LA DISTRIBUTION DE χ^2

(LOI DE K. PEARSON)



Valeur de χ^2 ayant la probabilité P d'être dépassée.

ν \ P	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	18,114	20,703	22,719	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

NOTA. – ν est le nombre de degrés de liberté. Pour $\nu > 30$ on admettra que $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1}$ est distribué normalement (moyenne nulle, écart type unité).