

CONCOURS D'ENTREE POUR LE RECRUTEMENT DES AUDITEURS DE LA 4^{ème} PROMOTION

Filière : Trésor

29 janvier 2010
08H00 - 11H00

3^{EME} EPREUVE

Mathématiques & statistiques

Durée : 3 Heures

Coeff. : 5

Tous documents sont interdits.

Exercice 1 7 pts

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$$

1. Étudiez les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Dérivée.
 - a. Calculez $f'(x)$. Résolvez l'équation $f'(x) = 0$.
 - b. Déduisez-en le signe de $f'(x)$.
 - c. Dressez le tableau de variation de f ; donnez les valeurs des extremums de f.
3. C est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - a. Précisez les coordonnées du point d'intersection de C avec l'axe des ordonnées.
 - b. Tracez la courbe C.
 - c. Lisez sur ce graphique le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
4. On se propose de trouver ces solutions par le calcul.
 - a. Vérifiez que l'équation s'écrit : $(x - 2)(x^2 - 3x + 1) = 0$
 - b. Résolvez cette équation.

Exercice 2 5 pts

L'IEF - Pôle Régional loue pour ses stagiaires un appartement à partir du 1^{er} janvier 2010.

Deux formules de contrat sont proposées. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est 600.000 Fcfa et l'appartement doit être occupé pendant six années complètes.

1. Contrat n°1.

Les clauses prévoient une augmentation annuelle de 10% du loyer de l'année précédente. Si l'on note U_0 le loyer annuel pour 2010, U_1 le loyer annuel pour 2011, calculer U_n le loyer annuel pour l'année $(2010 + n)$.

Calculer S_6 la somme payée à l'issue des six années du contrat.

2. Contrat n°2.

Les clauses prévoient une augmentation annuelle forfaitaire de 70.000 Fcfa du loyer de l'année précédente. Si l'on note V_0 le loyer annuel pour 2010, V_1 le loyer annuel pour 2011, calculer V_n le loyer annuel pour l'année $(2010 + n)$.

Calculer S'_6 la somme à payer à l'issue des six années du contrat.

3. Quel est le contrat le plus avantageux pour l'IEF - Pôle Régional ?

Exercice 3 3 pts

Vous devez partager une prime exceptionnelle de 700 000 F entre trois agents proportionnellement à leur nombre d'heures supplémentaires : 15H, 8H et 5H. Combien donnerez-vous à chacun ?

Exercice 4 5 pts

On définit la suite (u_n) par son premier terme u_0 et la relation de récurrence :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{2u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1- Calculer u_1, u_2, u_3 .

2- Soit la fonction h définie sur $\left] -\frac{1}{2}, +\infty \right[$ par $h(x) = \frac{x+8}{2x+1}$ et (H) sa courbe représentative.

a. Tracer (H) et la droite (D) d'équation $y = x$ dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) ; (unité graphique : 1cm)

b. Construire à l'aide de (H) et de (D) les points de l'axe (O, \vec{i}) d'abscisses u_0, u_1, u_2, u_3 .

c. Que peut-on prévoir quant à la convergence de la suite (u_n) ?

3- (v_n) est la suite définie pour tout n par $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$

a. Calculer v_1, v_2, v_3 .

b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique que l'on caractérisera.

c. Exprimer v_n en fonction de n puis déterminer sa limite quand n tend vers l'infini, en déduire la limite de u_n quand n tend vers l'infini.